

# **ON MIPA Perguruan Tinggi 2011**

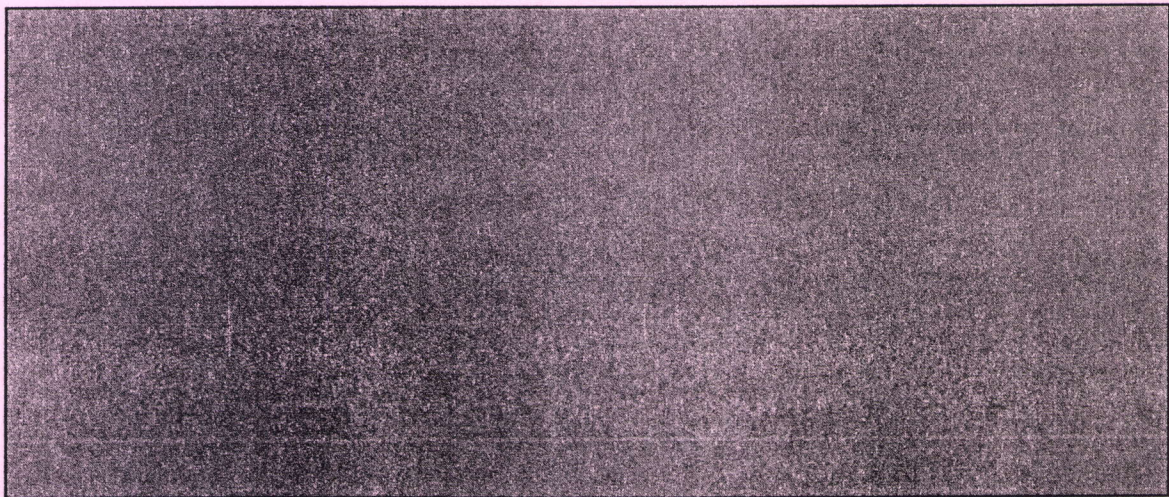


**Bidang Matematika**

**30 Maret 2011**

**Waktu 120 Menit**

**Kombinatorika**



Nama: \_\_\_\_\_

Univ./PT: \_\_\_\_\_

## BAGIAN PERTAMA

1. Pada sebuah permutasi acak dari 26 huruf  $\{a, b, c, d, \dots, z\}$ , peluang bahwa huruf  $b$  muncul tepat setelah huruf  $a$  adalah ...
2. Misalkan  $A$  adalah himpunan dengan  $n$  elemen dan  $B$  adalah himpunan dengan  $m$  elemen dengan  $m \leq n$ . Banyaknya pemetaan satu-satu (injektif) dari  $B$  ke  $A$  adalah ...
3. Solusi untuk formula rekursif  $v_n = v_{n-1} + n!n$  dengan  $v_0 = 0$  untuk semua  $n \in \mathbb{Z}^+$  adalah ...
4. Misalkan  $n$  adalah bilangan delapan digit yang disusun dari enam digit berbeda dengan digit pertama adalah digit 5. Bila  $n$  memuat tiga digit yang sama tetapi bukan digit 5, maka banyaknya cara menyusun  $n$  tersebut adalah ...
5. Koefisien dari  $x^{104}$  dalam ekspansi  $(x - \frac{3}{5x})^{210}$  adalah ...
6. Misalkan  $\pi$  adalah sebuah permutasi atas himpunan  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ . Banyaknya permutasi  $\pi$  sehingga bilangan genap tidak dipetakan ke dirinya sendiri adalah ...
7. Untuk setiap  $m, n, k \in \mathbb{N}$ , nilai dari 
$$\binom{m}{0} \binom{n}{k} + \binom{m}{1} \binom{n}{k-1} + \dots + \binom{m}{k} \binom{n}{0} = \dots$$
8. Misalkan  $\alpha$  adalah sebuah barisan  $a_1, a_2, \dots, a_{20}$  dengan nilai  $a_i$  adalah 1 atau 0 untuk semua  $i = 1, 2, \dots, 20$ . Misalkan  $X = \{\alpha : a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = 10\}$ . Banyaknya barisan  $\alpha$  sehingga  $a_1 + a_2 + \dots + a_{10} \in \{0, 1, 2\}$  adalah ...
9. Misalkan  $1 \leq n \leq 2011$  dengan  $n$  bilangan asli yang memuat digit 0. Banyaknya  $n$  yang demikian adalah ...
10. Jumlah semua bilangan desimal  $0,xyz$  dimana  $x, y$ , dan  $z$  merupakan tiga digit yang berbeda adalah ...

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
PERGURUAN TINGGI 2011  
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA  
30 MARET 2011  
WAKTU: 120 MENIT

**Kombinatorika**

**Petunjuk pengerjaan:**

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 10 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Nama: \_\_\_\_\_

Univ./PT: \_\_\_\_\_

## **BAGIAN KEDUA**

1. Tentukan banyaknya bilangan bulat dari 1 sampai 99999 sehingga jumlah digit-digit pada bilangan tersebut adalah 22.

Nama: \_\_\_\_\_

Univ./PT: \_\_\_\_\_

2. Pada suatu acara seminar matematika dihadiri oleh  $n$  orang peserta seminar. Tunjukkan bahwa di antara para peserta seminar tersebut, senantiasa terdapat dua orang peserta seminar yang mempunyai jumlah kenalan yang sama.

Nama: \_\_\_\_\_

Univ./PT: \_\_\_\_\_

3. Sebuah graf dikatakan  $k$ -reguler bila setiap titik mempunyai derajat  $k$ . Sebuah *perfect matching* dari sebuah graf dengan  $n$  titik adalah himpunan  $n/2$  sisi yang saling asing. Perlihatkan bahwa bila  $G$  adalah sebuah graf bipartit  $k$ -reguler, maka  $G$  mempunyai *perfect matching*.