

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
(ON MIPA)
TINGKAT MAHASISWA (PTN/PTS)

2010

KOMBINATORIK

Bagian pertama

1. Misalkan A dan B adalah himpunan bagian dari $\{1, 2, \dots, 6\}$. Banyaknya pasangan berurut (A, B) dengan $A \cap B = \emptyset$ adalah...
2. Banyaknya bilangan asli kurang dari 1000 yang tidak habis dibagi 2, tidak habis dibagi 5, dan tidak habis dibagi 6 adalah...
3. $\sum_{k=0}^{100} k^2 \binom{100}{k} = \dots$
4. Banyaknya solusi bulat dari persamaan $a + b + c + d = 18$ dengan $1 \leq a \leq 5$, $-2 \leq b \leq 4$, $0 \leq c \leq 5$, dan $3 \leq d \leq 9$, adalah...
5. Solusi untuk formula rekursif $a_n = 4a_{n-2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 4$, adalah...
6. Banyaknya pemetaan pada (surjektif) yang dapat didefinisikan dari himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ke himpunan $B = \{a, b, c\}$ adalah...
7. Suatu kotak berisi 100 buah permen CHA CHA yang terdiri dari 30 permen hijau, 20 permen orange, 10 kuning, 10 biru, dan 20 coklat. Bila Anda diminta mengambil permen dari kotak tersebut, minimal banyaknya permen yang harus diambil untuk menjamin bahwa Anda pasti mendapatkan 13 permen dengan warna yang sama adalah...
8. Pada ruang xyz kita diizinkan untuk bergerak satu unit ke arah x positif, ke arah y positif, dan ke arah z positif. Banyak cara yang mungkin ditempuh bila kita bergerak dari $(0, 0, 0)$ ke $(4, 3, 5)$ adalah...
9. Banyaknya pohon non-isomorfik yang memuat 7 titik adalah...
10. Diberikan $k \geq 1$ adalah bilangan bulat dan n adalah bilangan asli. Bila jumlahan dilakukan atas semua solusi bulat tak negatif dari $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$,

maka nilai dari

$$\sum \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

adalah ...

Bagian kedua

1. Buktikan bahwa dalam sebarang barisan yang terdiri dari m bilangan bulat, terdapat satu atau beberapa suku-suku berturut-tan yang jumlahnya habis dibagi m .
2. Pada papan tertulis sembilan angka 0, sepuluh angka 1, dan sebelas angka 2. Kita diperbolehkan untuk menghapus dua angka berbeda dan menuliskan sebuah angka yang lainnya. Sebagai contoh, kita menghapus angka 1 dan 2, dan menuliskan angka 0. Tunjukkan bahwa dengan melakukan serangkaian langkah ini, pada papan akan tersisa angka-angka yang sama. Angka manakah yang tersisa?