

SELEKSI TINGKAT WILAYAH
OLIMPIADE NASIONAL
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI
(ON MIPA-PT)

TAHUN 2016

TANGGAL	:	5 APRIL 2016
BIDANG	:	MATEMATIKA
SESI	:	1
MATERI	:	ANALISIS REAL
WAKTU	:	120 MENIT

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2016
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA

5 APRIL 2016

WAKTU: 120 MENIT

Analisis Real

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 8 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Jika $S = \left\{ \frac{n}{2m} + \frac{6m}{n} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$, maka $\inf(S) = \dots$ dan $\sup(S) = \dots$

2. Misalkan $a_i > 0, \forall i = 1, 2, \dots, 2016$. Jika $(a_1 a_2 \dots a_{2016})^{\frac{1}{2016}} = 2$, maka $(1 + a_1)(1 + a_2) \dots (1 + a_{2016}) \geq \dots$

3. Jika barisan bilangan real (x_n) memenuhi sifat $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{2n} + x_{2n+1}) = 315$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{2n} + x_{2n-1}) = 2016$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{2n}}{x_{2n+1}} = \dots$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8n^2}{n^4 + 1} = \dots$

Handwritten notes: $\rightarrow k^2$, $\rightarrow k^4$, $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k^2}{k^4 + 1}$

5. Untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, $f_n(x) = nx(1 - x^2)^n$, untuk setiap $x, 0 \leq x \leq 1$, dan $a_n = \int_0^1 f_n(x) dx$. Jika $s_n = \sin(\pi a_n)$, untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \dots$

6. Jika

$$E = \{f | f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ fungsi kontinu dengan } f(x) \in \mathbb{Q}, \forall x \in \mathbb{R}\},$$

maka $E = \dots$

7. Diberikan fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dengan $f(x) = 4x$, untuk bilangan rasional x , dan $f(x) = x + 6$, untuk bilangan irasional x . Jika $E = \{x \in \mathbb{R} : f \text{ kontinu di } x\}$, maka himpunan semua titik-limit E adalah

8. Diketahui $a < \frac{\pi}{2}$. Jika $M < 1$ dengan $|\cos x - \cos y| \leq M|x - y|$, untuk setiap $x, y \in [0, a]$, maka $M = \dots$

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Diketahui himpunan $E \subseteq \mathbb{R}$. Didefinisikan fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dengan $f(x) = \inf\{|x - y| : y \in E\}$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$. Buktikan bahwa fungsi f kontinu pada \mathbb{R} .

Nama: _____

Univ./PT: _____

2. Diketahui fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ terdiferensial hingga tingkat 2. Jika terdapat bilangan positif A dan B , dengan sifat $|f(x)| \leq A$ dan $|f''(x)| \leq B$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, buktikan bahwa

$$|f'(0)| \leq 2\sqrt{AB}.$$

Nama: _____

Univ./PT: _____

3. Diketahui fungsi f kontinu pada $[0, 1]$. Didefinisikan $f_0 = f$ pada $[0, 1]$ dan untuk setiap $n \in \mathbb{N}$,

$$f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt, \quad \text{untuk setiap } x \in [0, 1].$$

Buktikan bahwa barisan fungsi (f_n) konvergen seragam pada $[0, 1]$ ke fungsi nol.

SELEKSI TINGKAT WILAYAH
OLIMPIADE NASIONAL
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI
(ON MIPA-PT)

TAHUN 2016

TANGGAL	:	5 APRIL 2016
BIDANG	:	MATEMATIKA
SESI	:	2
MATERI	:	KOMBINATORIKA
WAKTU	:	120 MENIT



1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2016
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA

5 APRIL 2016

WAKTU: 120 MENIT

Kombinatorika

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 8 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Sepotong kawat berukuran 1 meter dipotong secara acak menjadi tiga bagian. Besarnya peluang ketiga bagian ini membentuk sebuah segitiga adalah
2. Sebuah *palindrome* adalah sebuah barisan berhingga karakter sehingga dapat dibaca dengan cara yang sama baik dari kiri maupun kanan. SIKAPAKIS adalah sebuah *palindrome*. Banyaknya bilangan *palindrome* yang terdiri atas 7 digit sedemikian sehingga tidak terdapat digit yang muncul lebih dari dua kali adalah
3. Dari himpunan 26 huruf $A = \{a, b, c, \dots, y, z\}$ dibentuk susunan enam huruf berbeda (susunan tak perlu bermakna) sedemikian sehingga huruf pertama dan huruf terakhir adalah huruf vokal, dan sisanya adalah huruf konsonan. Jika huruf b selalu muncul pada susunan dan berdampingan dengan huruf c , maka banyaknya susunan yang mungkin adalah
4. Banyaknya cara memfaktorkan bilangan 441.000 menjadi dua faktor positif m dan n yang saling prima relatif adalah
5. Banyaknya bilangan antara 1 dan 500 yang tidak habis dibagi oleh 3, 4, dan 6 adalah
6. Banyaknya graf sederhana berlabel atas n titik yang memiliki sedikitnya dua sisi adalah
7. Didefinisikan suatu fungsi rekursif, $\forall n \in \mathbb{Z}$ berlaku $f(1) = 1$, $f(2) = 5$, dan $f(n + 1) = f(n) + 2f(n - 1)$, $\forall n > 2$. Maka $f(n) = \dots$
8. Dalam bentuk yang paling sederhana fungsi pembangkit biasa (*ordinary generating function*), $g(x)$, dari barisan (1.2.3.4....) adalah

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Perhatikan bahwa untuk setiap himpunan yang terdiri dari 7 bilangan bulat berbeda, maka terdapat dua bilangan x dan y pada himpunan tersebut sedemikian sehingga $x + y$ atau $x - y$ adalah kelipatan 10.

Nama: _____

Univ./PT: _____

2. Tuliskan sebuah argumentasi kombinatorial untuk memperlihatkan

$$\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$$

dimana $n \geq 2$.

Nama: _____

Univ./PT: _____

3. Diberikan sebarang bilangan bulat positif a dan b , bilangan $r(a, b) = t$ adalah suatu bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi dari graf lengkap dengan t titik, senantiasa akan memuat subgraf lengkap a titik dengan semua sisi berwarna merah atau memuat subgraf lengkap b titik dengan semua sisi berwarna biru. Jika bilangan t ada dan $a, b \geq 2$, buktikan bahwa

$$r(a-1, b) + r(a, b-1) \leq \binom{a+b-2}{a-1}.$$

**SELEKSI TINGKAT WILAYAH
OLIMPIADE NASIONAL
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI
(ON MIPA-PT)**

TAHUN 2016

TANGGAL	:	6 APRIL 2016
BIDANG	:	MATEMATIKA
SESI	:	2
MATERI	:	ALJABAR LINIER
WAKTU	:	120 MENIT

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2016
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA

6 APRIL 2016

WAKTU: 120 MENIT

Aljabar Linier

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 8 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Definisi dan notasi:

$\mathbb{R}^{k \times m}$: himpunan semua matriks real berukuran $k \times m$

P_k : ruang polinom real berderajat paling tinggi k

A^t : transpos matriks A

$\text{Inti}(T)$: himpunan $\{\mathbf{v} \in U \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\}$ jika U, V ruang vektor dan $T : U \rightarrow V$ linier

$\text{nolitas}(T)$: dimensi $\text{Inti}(T)$ jika T pemetaan linier

$\text{nolitas}(A)$: dimensi ruang nol matriks A yang berukuran $m \times n$

K^\perp : komplemen ortogonal dari subruang K di ruang vektor V

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Jika $u = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, dan $v = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}$, maka $uAv^t = \dots$

2. Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$, maka $A^{2016} = \dots$

3. Diberikan sistem persamaan linier

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + ay + 2z &= -1 \\ x + a^2y + 4z &= 2 \\ 2x + (a+1)y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

Nilai-nilai a yang membuat sistem persamaan linier tersebut mempunyai solusi tunggal adalah

4. Terhadap basis $\{1+x, x+x^2, 1+x^2\}$, matriks representasi transformasi linier $T: P_2 \rightarrow P_2$ adalah $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. Maka $T(x-x^2) = \dots$

5. Pemetaan linier $T: P_2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ memenuhi $T(1+x) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $T(x+x^2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $T(1+x^2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Salah satu basis Inti(T) adalah

6. Diketahui $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah vektor eigen matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ untuk nilai eigen λ . Maka nilai eigen A selain λ adalah

7. Komponen baris ke- i kolom ke- j matriks A yang berukuran $n \times n$ adalah 1 jika $i+j$ ganjil dan 0 jika $i+j$ genap. Jika n ganjil, multiplisitas aljabar 0 sebagai nilai eigen A adalah

8. Untuk $f, g \in C[0, 1]$ didefinisikan hasil kali dalam $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$. Agar fungsi $f(x) = \sin(kx)$ dan $g(x) = \cos(7x)$ tegak lurus pada ruang hasil kali dalam tersebut, maka nilai konstanta k adalah

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Diberikan matriks A ukuran $n \times n$, dengan entri-entri

$$a_{ij} = \binom{x_i + j}{j - 1}$$

Hitunglah determinan A_n , jika didefinisikan

$$\binom{x}{n} = \frac{x(x-1)(x-2)\dots(x-n+1)}{n!}$$

untuk setiap bilangan riil x dan bilangan asli n dengan ketentuan

$$\binom{x}{0} = 1$$

Nama: _____

Univ./PT: _____

2. Di $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ definisikan hasil kali dalam $\langle A, B \rangle = \text{tr}(B^t A)$. Jika $W = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$, tentukan W^\perp , yaitu komplemen ortogonal dari W .

Nama: _____

Univ./PT: _____

3. Diberikan $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, kita definisikan pemetaan $T : \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ sebagai $T(X) = AX$, untuk setiap $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Jika $\text{nolitas}(A) = k$, tentukan $\text{nolitas}(T)$.

SELEKSI TINGKAT WILAYAH
OLIMPIADE NASIONAL
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI
(ON MIPA-PT)

TAHUN 2016

TANGGAL	:	6 APRIL 2016
BIDANG	:	MATEMATIKA
SESI	:	1-1
MATERI	:	ANALISIS KOMPLEKS
WAKTU	:	60 MENIT

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2016
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA
6 APRIL 2016
WAKTU: 60 MENIT

Analisis Kompleks

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 4 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 2 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Hitunglah

$$(i - 1)^{49} \left(\cos \frac{\pi}{40} + i \sin \frac{\pi}{40} \right)^{10}$$

2. Diketahui fungsi $u(x, y) = e^x (x \cos y - y \sin y)$. Selidiki, apakah ada fungsi harmonik $v(x, y)$ sehingga $f(z) = f(x, y) = u(x, y) + iv(x, y)$ analitik. Jika ada, tuliskan!

3. Carilah nilai maksimum dari $|z^2 + 2z - 3|$ pada cakram satuan tertutup $|z| \leq 1$.

4. Tentukan residu dari fungsi

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{z^2 + 1}$$

di $z = 0$.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Diberikan bilangan-bilangan kompleks z_1 , z_2 , dan z_3 yang memenuhi $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ dan $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Buktikan bahwa

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0.$$

Nama: _____

Univ./PT: _____

2. Diberikan S adalah sebuah domain (himpunan terbuka dan terhubung) dan γ adalah sebuah kurva tertutup di dalam S . Diketahui fungsi $f(z)$ analitik pada S dan $f'(z)$ kontinu pada S . Buktikan bahwa

$$\int_{\gamma} \overline{f(z)} f'(z) dz$$

bernilai imajiner murni.

SELEKSI TINGKAT WILAYAH
OLIMPIADE NASIONAL
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI
(ON MIPA-PT)

TAHUN 2016

TANGGAL	:	6 APRIL 2016
BIDANG	:	MATEMATIKA
SESI	:	1-2
MATERI	:	STRUKTUR ALJABAR
WAKTU	:	60 MENIT

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2	3

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2016
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA
6 APRIL 2016
WAKTU: 60 MENIT

Struktur Aljabar

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 4 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 2 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Definisi dan Notasi

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Orde dari grup $\frac{\mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_4}{\langle (\bar{3}, \bar{2}) \rangle}$ adalah ...

2. Misalkan $\mathbb{R}[x, y]$ himpunan semua polinom real dengan dua variabel x dan y . Jika $\varphi : \mathbb{R}[x, y] \rightarrow \mathbb{R}[x, y]$ adalah homomorfisma grup yang didefinisikan melalui

$$\varphi : f(x, y) \mapsto \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},$$

maka kernel dari φ adalah ...

3. Jika x adalah unsur di ring $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ yang memenuhi $(17 + 12\sqrt{2})x = 1$ maka x adalah...

4. Misalkan $F = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Pada F didefinisikan operasi penjumlahan dan perkalian bilangan bulat modulo n . Bilangan asli n terkecil sehingga F membentuk lapangan adalah...

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Misalkan \mathbb{Z}_n merupakan grup penjumlahan dari bilangan bulat modulo n . Tentukan semua bilangan asli n sehingga terdapat pemetaan bijektif $f : \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$ dan $g : \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$ yang membuat $f + g : \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$ juga bijektif.